

МОСКОВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МАДИ)

Утверждена
на заседание факультета
автомобильного транспорта

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНОВ В МАГИСТРАТУРУ

по направлению подготовки

01.04.04 «Прикладная математика»

Магистерская программа

**“Математическое и компьютерное моделирование сложных социально-
технических систем”**

Москва 2022 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Вступительные испытания предназначены для определения практической и теоретической подготовленности бакалавра и проводятся с целью определения соответствия знаний, умений и навыков студентов требованиям обучения в магистратуре по направлению 01.04.04 «Прикладная математика» (магистерская программа “Математическое и компьютерное моделирование сложных социально-технических систем”).

2. СОДЕРЖАНИЕ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Вступительные испытания в магистратуру по направлению подготовки 01.04.04 «Прикладная математика» (магистерская программа “Математическое и компьютерное моделирование сложных социально-технических систем”) проводятся по следующим разделам:

- оценка соответствия профиля и уровня полученного образования;
- участие в студенческой научно-исследовательской работе;
- характеристика ВКР бакалавра (специалиста);
- вступительный экзамен (письменный).

В основу программы вступительного экзамена положены квалификационные требования в области основ математического моделирования, разработке математического и программного обеспечения, а также основ разработки автоматизированных систем, предъявляемые к бакалаврам по направлению подготовки 01.04.04 «Прикладная математика».

Целью вступительного экзамена в магистратуру по направлению 01.04.04 Прикладная математика является проведение конкурсного отбора среди лиц, желающих освоить программу специализированной подготовки магистра по программе “Математическое и компьютерное моделирование сложных социально-технических систем”.

Вступительный экзамен носит междисциплинарный характер и включает материал, предусмотренный ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.04 Прикладная математика.

На вступительном экзамене претенденту предлагается задание, состоящее из двух вопросов, отражающих основные квалификационные требования, предъявляемые к бакалавру для решения профессиональных задач.

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Математический анализ

Производные и дифференциалы функций одной и нескольких переменных. Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях. Формула Тейлора. Интегралы: определенный, двойной, тройной, криволинейный, поверхностные. Числовые и функциональные ряды. Признаки сходимости. Равномерная сходимость функциональных рядов. Ряд и интеграл Фурье. Основные понятия теории скалярных и векторных полей. Формула Грина, Остроградского-Гаусса, Стокса.

Функциональный анализ

Пределы последовательностей и функций. Производная. Интеграл одной переменной. Функции многих переменных. Комплексные числа. Голоморфные функции. Ряды Тейлора. Мероморфные функции. Ряды Лорана. Конформные отображения. Основная теорема алгебры. Определение непрерывности функции $f(x)$ в точке x_0 (по Коши и по Гейне). Определение дифференцируемости функции $f(x)$ в точке x_0 . Определение метрического пространства. Сходимость рядов. Множества и операции над ними. Определение нормы. Нормированные пространства. Компакты. Евклидово пространство.

Методы аппроксимации и их применение в задачах обработки информации.

Постановка задач аппроксимации. Равномерное приближение. Полиномы С. Н. Бернштейна. Построение полиномов Бернштейна для непрерывных функций на отрезке $[0;1]$ на $[a;b]$. Теоремы Вейерштрасса. Полиномы наилучшего приближения. Существование полиномов наилучшего приближения. Точки чебышевского альтернанса. Построение полиномов наилучшего приближения нулевой и первой степени. Интерполяционный многочлен Лагранжа, существование и единственность. Оценка остаточного члена. Разделенные разности. Интерполяционный полином в форме Ньютона.

Оценка остаточного члена. Построение интерполяционных полиномов Лагранжа и Ньютона. Интерполяционный многочлен с кратными узлами. Сплайны, построение кубического интерполяционного сплайна. Наилучшее приближение в нормированном пространстве. Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве. Метод наименьших квадратов. Дискретный ряд Фурье.

Дифференциальные уравнения

Определение непрерывности функции $f(x)$ в точке x_0 (по Коши и по Гейне). Определение дифференцируемости функции $f(x)$ в точке x_0 . Численное дифференцирование уравнения $y' = f(x, y)$ и системы уравнений $y_k' = f_k(x, y)$, $k = 1, 2$ при заданных начальных значениях (Метод Эйлера, методы Рунге-Кутты). Понятие устойчивости стационарного (нулевого) решения системы уравнений $\dot{x} = Ax$, x – вектор, A – постоянная матрица. Критерии устойчивости (Гурвица, Михайлова). Метод функций Ляпунова при анализе устойчивости (неустойчивости) нулевого решения нелинейной системы $\dot{x} = F(x, t)$. Вычисление характеристических показателей решений уравнений $x' + P(t)x = 0$, $p(t + T) = p(t)$. Диаграмма устойчивости решений уравнения Матье $x'' + (a + q \cos t)x = 0$. Дифференцируемость и аналитичность функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Операционный метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Матричные игры. Чистые и смешанные стратегии. Формулировка теоремы фон Неймана о существовании решения матричной игры в смешанных стратегиях. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения: метод Эйлера, метод Адамса. Колебания математического маятника. Падение тела с учетом сопротивления атмосферы. Соскальзывание тяжелой цепи со стола. Истечение жидкости из сосуда. Парабола "безопасности" при стрельбе из орудия.

Математическое моделирование

Постановка задачи в предметной области; формализация; параметризация задачи; математическая модель; алгоритм; детерминированный и стохастический подходы; потоки событий; системы массового обслуживания.

Математические модели для исследования зависимости интенсивности транспортного потока от его плотности.

Дискретная математика

Основные понятия теории графов; маршруты; циклы; связность; сети. Постановка задач маршрутизации на нагруженных графах; алгоритмы определения максимального потока. Матричные игры; модели непрерывных игр; модели алгебры нечетких множеств; математические модели теории надежности; разрешимые и неразрешимые проблемы; схемы алгоритмов; схемы потоков данных. Булевы функции. Алгебра логики. Принцип двойственности алгебры логики. Двойственные логические операции. Теорема двойственности. Высказывания в логических исчислениях: формулы, интерпретации, эквивалентность формул, подстановки. Автоматическое доказательство теорем: от противного, правило резолюции для исчисления

высказываний (ИВ), правило резолюции для исчисления предикатов (ИП), алгоритм резолюции. Основные понятия исчисления высказываний и предикатов.

Теория вероятностей, математическая статистики и теория массового обслуживания

Определение вероятности случайного события. Случайная величина и случайный процесс. Классификация случайных процессов: дискретная случайная последовательность, случайная последовательность, дискретный случайный процесс, непрерывнозначный случайный процесс, непрерывный случайный процесс, точечный случайный процесс. Общий подход к статистическому описанию случайных процессов. Плотности вероятности и функции распределения случайных процессов. Свойства плотностей вероятности. Свойства функций распределения. Физический смысл корреляционной функции случайного процесса. Свойства корреляционной функции стационарного случайного процесса. Свойства корреляционной функции нестационарного случайного процесса. Коэффициент корреляции случайного процесса и его свойства. Время корреляции случайного процесса. Определение спектральной плотности стационарного случайного процесса. Связь между спектральной плотностью и корреляционной функцией случайного процесса. Физический смысл спектральной плотности случайного процесса. Свойства спектральной плотности. Центральная предельная теорема. Применение центральной предельной теоремы в практических приложениях. Постановка задачи проверки статистических гипотез о распределении выборки наблюдаемых данных.

Интеллектуальные системы

Основные понятия распознавания образов. Байесовский метод оптимизации. Модели параметрического и непараметрического обучения. Понятие интеллектуальной базы данных.

Операционные системы

Базовые функции операционной системы современных ЭВМ. Мультипрограммирование. Режим разделения времени. Многопользовательский режим работы. Режим работы и ОС реального времени. Уникальные операционные системы и ОС специального назначения. Классификация операционных систем.

4. ПРИМЕРЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ВОПРОСОВ И ЗАДАЧ

1. Нормальное распределение случайной величины.
2. Нахождение доверительного интервала для математического ожидания случайной величины.
3. Понятие Пуассоновского потока.
4. Система уравнений для стационарных вероятностей состояний однородной цепи Маркова.
5. Математические модели для исследования зависимости интенсивности транспортного потока от его плотности.
6. Необходимые и достаточные условия экстремума функции нескольких переменных.
7. Экстремальные задачи с ограничением в n -мерном вещественном пространстве.
8. Определение непрерывности функции $f(x)$ в точке x_0 (по Коши и по Гейне).
9. Определение дифференцируемости функции $f(x)$ в точке x_0 .
10. Определение метрического пространства.
11. Равномощны ли множества:
 - 1) Z (целые числа) и Q (рациональные)
 - 2) N (натуральные числа) и R (вещественные)
12. Колебания математического маятника
13. Падение тела с учетом сопротивления атмосферы
14. Соскальзывание тяжелой цепи со стола
15. Истечение жидкости из сосуда
16. Парабола "безопасности" при стрельбе из орудия
17. Дифференцируемость и аналитичность функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана.
18. Вычеты, их вычисление. Основная теорема о вычетах.
19. Операционный метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
20. Матричные игры. Чистые и смешанные стратегии. Формулировка теоремы фон Неймана о существовании решения матричной игры в смешанных стратегиях.
21. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения: метод Эйлера, метод Адамса.
22. Пределы последовательностей и функций
23. Производная
24. Интеграл одной переменной
25. Функции многих переменных
26. Комплексные числа
27. Голоморфные функции. Ряды Тейлора
28. Мероморфные функции. Ряды Лорана
29. Конформные отображения
30. Основная теорема алгебры

31. Аксиомы вероятности
32. Основные распределения
33. Центральная предельная теорема
34. Пуассоновское приближение биномиального распределения
35. Характеристические функции распределений
36. Булевы функции представление в виде СДНФ (совершенной дизъюнктивной нормальной формы)
37. Классы Поста, Теорема Поста
38. Определение графа, типы графов, изоморфизм графов
39. Алгоритмы оптимальных маршрутов на графах
40. Сети. Потоки на сетях. Полный и максимальный поток. Теорема Форда-Фалкерсона.
41. Случайные процессы. Определения и классификация.
42. Описание случайных процессов семейством плотностей вероятности.
43. Свойства многомерной плотности вероятности.
44. Определение многомерной функции распределения.
45. Свойства многомерной функции распределения.
46. Распределение функции от случайной величины.
47. Условная плотность вероятности. Поясняющий пример.
48. Формула умножения для совместных и условных вероятностей.
49. Моменты случайных величин и процессов (начальные, центральные)
50. Разновидность моментов второго порядка.
51. Стационарность случайного процесса в широком и узком смысле.
52. Свойства корреляционной функции
53. Сходимость рядов
54. Доказать первую теорему Вейерштрасса при помощи полиномов С.Н. Бернштейна
55. Полиномы наилучшего приближения
56. Точки Чебышевского альтернанса
57. Интерполяционный полином Лагранжа
58. Способ наименьших квадратов.
59. Нормированная корреляционная функция и ее свойства
60. Спектральная плотность мощности стационарного случайного процесса.
61. Цепи Маркова и марковские процессы
62. Статистические гипотезы, разновидность решений, потерь и вероятностей ошибок
63. Проверка гипотез о математическом ожидании случайного процесса.
64. Оценка параметров сигналов
65. Оценка максимального правдоподобия
66. Необходимые условия экстремума в задаче

$$\int_{t_0}^{t_1} f(t, x, \dot{x}) dt \rightarrow \text{extr}, \quad \begin{array}{l} (1) x(t_0) = x_0, x_1(t_1) = y_1 \\ (2) x(t_0) = x_0 \end{array}$$

67. Необходимые и достаточные условия положительной определенности формы

$$\int_{t_0}^{t_1} (P(t)x^2 + Q(t)\dot{x}^2) dt$$

68. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ (в зависимости от α)

69. Доказать первую теорему Вейерштрасса при помощи полиномов Бернштейна. Построить полином Бернштейна для функции $\frac{1}{x}$, $[1,2]$

x	1	2	4	5
y	2	1	2	3

70. Способ наименьших квадратов. Применяя способ наименьших квадратов, построить $y = ax + b$, если известны

x	1	2	3	4	5	6
y	15	10	4	0	-6	10

71. Вычисление характеристических показателей решений уравнений $\ddot{x} + P(t)x = 0, p(t+T) \equiv p(t)$

72. Диаграмма устойчивости решений уравнения Матье

$$\ddot{x} + (a + q \cos t)x = 0$$

6. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

а) основная литература

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. В 2-х ч. М.: Физматлит. Ч.1 - 2005, 7-е изд., 648с.; Ч.2 - 2002, 4-е изд., 464с.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2004, 2-е изд., 572с.
3. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов: Учебник для вузов. 3-е изд. СПб.: Питер, 2009. — 384 с.
4. Луканин В.Н., Буслаев А.П., Яшина М.В. Автотранспортные потоки и окружающая среда -2, М.: Инфра, 2001. – 640с.
5. Оре О. Графы и их применение. Пер. с англ. 1965. 176с.
6. Оре О. Теория графов.-2-е изд.-М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1980.-336с.
7. Дуда Р.,Харт П. Распознавание образов и анализ сцен. М.: Мир, 1976.- 521 с.
8. И.П. Натансон. Конструктивная теория функций. М.: ГИТ-ТЛ, 1949
9. В.Л. Гончаров. Теория интерполирования и приближения функций. М.: ГИТ-ТЛ, 1954
- 10.Хоар Ч. Взаимодействующие последовательные процессы: М.: Мир, 1989. — 264 с.
- 11.Дал У., Дейкстра Э., Хоор К., Структурное программирование. М.:Мир, 1975.
12. Дейкстра Э. Дисциплина программирования. М.: Мир, 1978
- 13.А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики. М: Наука, 1999
- 14.Ивченко Г.И., Каштанов В.А., Коваленко И.Н. Теория массового обслуживания. М.: Высшая школа, 1986
15. Феллер А. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1984
16. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975
17. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. - Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. М.: Техносфера, 2006

18. Соати Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее предложения. М.: Советское радио, 1971
19. Козлов В.В. , Трещев Д.В. Биллиарды. Генетическое введение в динамику системы с ударами, М.: Изд-во МГУ, 1991
20. Саймон Хайкин. Нейронные сети. Москва-Санкт-Петербург-Киев, Изд. дом «Вильямс», 2006
21. B.S. Kernet. The Physics of Traffic. Empirical Freeway Pattern Features, Engineering Applications and Theory. Springer,
22. Триногин В.А. Функциональный анализ. М.: Физмалит, 2002
23. Воеводин В.В. параллельные вычисления. Санкт-Петербург, «БХВ-Петербург», 2004
24. В.Н.Луканин, А.П.Буслаев, Ю.В.Трофименко, М.В.Яшина. Автотранспортные потоки и окружающая среда. - М.: Инфра-М. 1998. - 408 с.
25. Луканин В.Н., Буслаев А.П., Яшина М.В. Автотранспортные потоки и окружающая среда -2, Инфра-М, 2001. - 640 с
26. А.П.Буслаев, А.В.Новиков, В.М.Приходько, А.Г.Таташев, М.В.Яшина. Вероятностные и имитационные подходы к оптимизации автодорожного движения. М.: Изд-во "Мир", 2003. - 368 с.
27. Буслаев А.П., Яшина М.В., Абышов Р.Г., Волков М.М. Распределённые вычисления и интеллектуальный мониторинг сложных систем. Часть 1: Базовые технологии программирования клиентских приложений на смартфонах. Уч. Пос. Гриф УМО ИКТ. МТУСИ 2011, 32 с.
28. Буслаев А.П., Лебедев А.А., Яшина М.В. Моделирование потоков на графах. Теоретические и вычислительные аспекты. Уч. пособие. Гриф УМО Прикладной математики и управления качеством. МАДИ, 2011. – 105 с.
29. Буслаев А.П., Кузьмин Д.М., Яшина М.В. Компьютерные методы обработки информации и распознавание образов в задачах транспорта и связи. Часть 1: Пакет MatLab. Учебное пособие. МТУСИ 2008. - 86 С.
30. Буслаев А.П., Кузьмин Д.М., Яшина М.В. Компьютерные методы обработки информации и распознавание образов. Часть 2: Алгоритмы обработки цифровых изображений в применении к задачам распознавания образов. Учебное пособие. МТУСИ 2008.- 57 С.
31. Буслаев А.П., Кузьмин Д.М., Яшина М.В. Компьютерные методы обработки информации и распознавание образов. Часть 3: Интеллектуальные системы в транспорте и связи. МТУСИ 2008. - 42 С.

32. Буслаев А.П., Кузьмин Д.М., Яшина М.В. Компьютерные методы обработки информации и распознавание образов. Часть 4: Учебные и научно-практические задачи. МАДИ(ГТУ). М.: Техполиграфцентр. 2008, - 61 С.
33. Буслаев А.П., Кузьмин Д.М., Яшина М.В. Компьютерные методы обработки информации и распознавание образов. Часть 5: Мобильный Улично-Дорожный РЕЦептор – МУДРЕЦ. - М. : Техполиграфцентр. 2008, -101 С .
34. Волков М.М., Яшина М.В. Распределенные клиент - серверные системы и приложение к трафику. Учебно - методическое пособие по курсу «Теория графов и сетей». - М., МАДИ , 2012, 117 с.
35. Буслаев А.П., Таташев А.Г., Ярошенко А.М. Задачи интеллектуального мониторинга и моделирование сложных систем. Учебное пособие. - М., Техполиграфцентр. 2012, 115 с.
36. Буслаев А.П., Бурикова Т.А., Наконечный И.И., Яшина М.В.. Применение информационно – вычислительных сетей для мониторинга сложных социально-технических процессов: системы сопровождения оценивания качества знаний по математике в вузе. Часть 2. Технология аттестации - М., Техполиграфцентр.
37. Буслаев А.П., Бурикова Т.А., Наконечный И.И., Яшина М.В.. Применение информационно – вычислительных сетей для мониторинга сложных социально-технических процессов: системы сопровождения оценивания качества знаний по математике в вузе. Часть 2. Учебно-методическое пособие. - М., Техполиграфцентр. 2012 – 110с.
38. Таташев А.Г., Ярошенко А.М. Основы теории вероятностей, случайных процессов и приложение к стохастическим моделям движения. Учебное пособие. - М., МАДИ , 2012, 91 с.
39. Буслаев А.П., Проворов А.В., Яшина М.В. Трафик и распределенные информационно-вычислительные сети. Часть 2. Распознавание образов. Учебно-методическое пособие. Техполиграфцентр. 2011 – 107 с.
40. Буслаев А.П., Проворов А.В., Яшина М.В. Трафик и распределенные информационно-вычислительные сети. Часть 1. Трафик и позиционирование. Учебно- методическое пособие. Техполиграфцентр. 2011 – 263с.
41. Буслаев А.П., Лебедев А.А., Яшина М.В. Моделирование потоков на графах. Теоретические и вычислительные аспекты. Уч. пособие. Гриф

- УМО Прикладной математики и управления качеством. МАДИ, 2011. – 105 с.
42. Дифференциальные уравнения на геометрических графах. М: Физматлит, 2004 г.
 43. Посицельская Л.Н.. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях : Учеб. пособие для студ. вузов. - М. : Физматлит, 2007. - 133 с
 44. В. Е. Гмурман Теория вероятностей и математическая статистика, М.: Высшая школа, 2003 - 479

б) дополнительная литература

1. П.П. Коровкин. Линейные операторы и теория приближений. Физматгиз. 1959.
2. С.Б. Стечкин, Ю.Н. Субботин. Сплайны в вычислительной математике. Издательство «Наука». Москва, 1976.
3. Л. Коллатц, Ю. Альбрехт. Задачи по прикладной математике. Издательство «Мир». Москва, 1978.
4. Гиндикин С.Г. Алгебра логики в задачах. Наука 1972
5. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика. Дополнительные главы. – М. Московский университет. 1984, - 61 с.

